

«УТВЕРЖДАЮ»

**Директор Федерального института
педагогических измерений**



А.Г. Ершов

2008 г.

«СОГЛАСОВАНО»

**Председатель Научно-
методического совета ФИПИ
по математике**

Г.Г. Канторович

«24» ноября 2008 г.

**Государственная (итоговая) аттестация выпускников IX классов
общеобразовательных учреждений 2009 г.
(в новой форме) по АЛГЕБРЕ**

Демонстрационный вариант экзаменационной работы

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Заместитель директора ФИПИ

А.О. Татур

**Экзаменационная работа для проведения государственной итоговой
аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений
2009 года (в новой форме)
по АЛГЕБРЕ**

Демонстрационный вариант 2009 года

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с Демонстрационным вариантом 2009 года следует иметь в виду, что при сохранении перечня разделов, выносимых на проверку, содержание конкретных заданий в КИМ 2009 года может быть другим. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на экзамене, приведен в кодификаторе, помещенном на сайте www.fipi.ru. Последовательность блоков содержания в КИМ 2009 года также может варьироваться.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

**Экзаменационная работа для проведения государственной итоговой
аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений
2009 года (в новой форме)
по АЛГЕБРЕ**

Демонстрационный вариант 2009 года

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 16 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа. Время на выполнение первой части ограничено: на нее отводится 60 минут.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком цифру, соответствующую верному ответу;
- если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо вписать в отведенном для этого месте.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26

~~2) 20~~

3) 15

4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = 3$

Все необходимые вычисления, преобразования и прочее выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить нужные линии, отмечать точки.

Задания второй части выполняются на отдельных листах или бланках с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны в работе. С целью экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у вас останется время, то можно вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

Часть 1

1 Расположите в порядке возрастания числа: 0,0902; 0,09; 0,209.

- 1) 0,209; 0,0902; 0,09
- 2) 0,09; 0,0902; 0,209
- 3) 0,09; 0,209; 0,0902
- 4) 0,0902; 0,09; 0,209

2 Какое из чисел $\sqrt{0,004}$, $\sqrt{4000}$, $\sqrt{400}$ является рациональным?

- 1) $\sqrt{0,004}$
- 2) $\sqrt{4000}$
- 3) $\sqrt{400}$
- 4) ни одно из этих чисел

3 Дневная норма потребления витамина С составляет 60 мг. Один мандарин в среднем содержит 35 мг витамина С. Сколько примерно процентов дневной нормы витамина С получил человек, съевший один мандарин?

- 1) 170%
- 2) 58%
- 3) 17%
- 4) 0,58%

4 Найдите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при $a = 8,4$; $b = -1,2$; $c = -4,5$.

Ответ: _____

5 Цена килограмма орехов a рублей. Сколько рублей надо заплатить за 300 граммов этих орехов?

- 1) $\frac{a}{300}$ (р.)
- 2) $300a$ (р.)
- 3) $0,3a$ (р.)
- 4) $\frac{10a}{3}$ (р.)

6 В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

- 1) $3(x - y) = 3x - y$
- 2) $(3 + x)(x - 3) = 9 - x^2$
- 3) $(x - y)^2 = x^2 - y^2$
- 4) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

7

Упростите выражение $\frac{3}{2x} + \frac{1}{x}$.

1) $\frac{4}{3x}$

2) $\frac{5}{2}$

3) $\frac{5}{2x^2}$

4) $\frac{5}{2x}$

8

Найдите частное $\frac{2,4 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-3}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

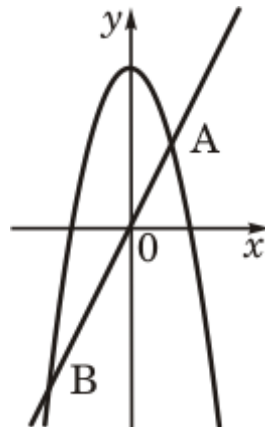
9

Решите уравнение $3 - 2x = 6 - 4(x + 2)$.

Ответ: _____

10

Прямая $y = 2x$ пересекает параболу $y = -x^2 + 8$ в двух точках. Вычислите координаты точки A .



Ответ: _____

11

Путь от поселка до железнодорожной станции пешеход прошел за 4 ч, а велосипедист проехал за 1,5 ч. Скорость велосипедиста на 8 км/ч больше скорости пешехода. С какой скоростью ехал велосипедист?

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначена скорость велосипедиста (в км/ч)?

1) $\frac{4}{x} - \frac{1,5}{x} = 8$

2) $\frac{x}{4} + 8 = \frac{x}{1,5}$

3) $1,5(x + 8) = 4x$

4) $4(x - 8) = 1,5x$

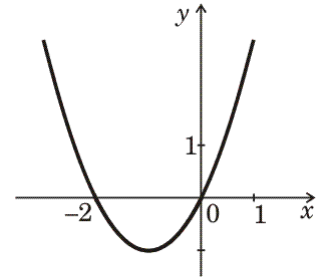
12 Решите неравенство $10x - 4(2x - 3) > 4$.

- 1) $x > -\frac{1}{4}$ 2) $x > 8$ 3) $x > -4$ 4) $x < -4$

13 На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 2x$.

Используя график, решите неравенство $x^2 + 2x > 0$.

- 1) $(-\infty; 0)$
 2) $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
 3) $(-2; 0)$
 4) $(-2; +\infty)$



14 Каждой последовательности, заданной формулой n -го члена (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

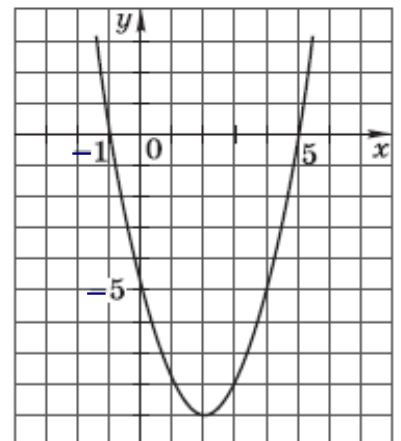
- | | |
|----------------|---|
| А) $x_n = n^2$ | 1) Последовательность – арифметическая прогрессия |
| Б) $y_n = 2n$ | 2) Последовательность – геометрическая прогрессия |
| В) $z_n = 2^n$ | 3) Последовательность не является прогрессией |

Ответ:

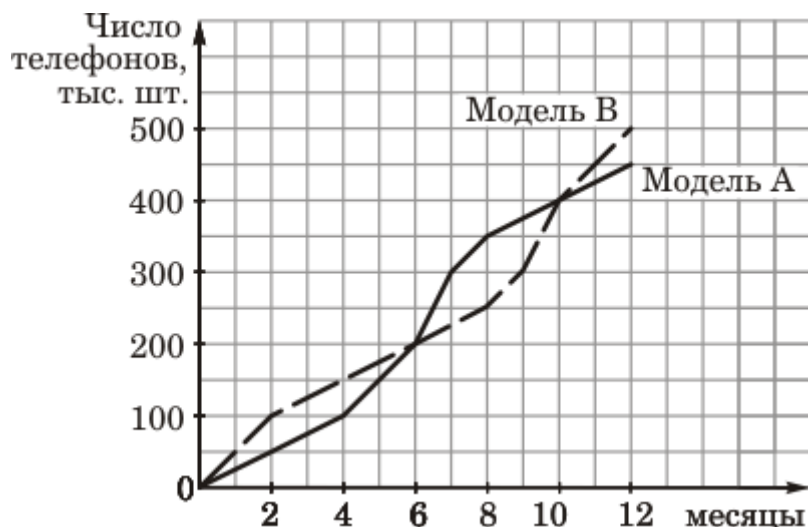
А	Б	В

15 График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

- 1) $y = x^2 + 4x - 5$
 2) $y = -x^2 - 6x - 5$
 3) $y = x^2 - 4x - 5$
 4) $y = -x^2 + 6x - 5$



- 16** Фирма начала продавать две новые модели телефонов — А и В. На графиках показано, как росло в течение года количество проданных телефонов. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала продаж, в месяцах; по вертикальной — число телефонов, проданных с начала продаж, в тыс. шт.). Сколько всего телефонов этих двух моделей было продано за первые десять месяцев?



Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части (17—21) выполняйте с записью решения.

- 17** Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$. Укажите наименьшее значение этой функции.
- 18** Выясните, имеет ли корни уравнение $x^2 + 2x\sqrt{5} + 2x = -11$.
- 19** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.
- 20** Найдите наименьшее значение выражения $(2x + y + 3)^2 + (3x - 2y + 8)^2$ и значения x и y , при которых оно достигается.
- 21** Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Система оценивания экзаменационной работы по алгебре

Ответы на задания с кратким и развернутым ответом приводятся в одной из возможных форм. Правильный ответ учащегося, данный в какой-либо иной форме, например, $-\frac{8}{5}$ вместо $-1,6$, необходимо засчитывать.

Часть 1

Номер задания	Ответ
1	2
2	3
3	2
4	$-1,6$
5	3
6	4
7	4
8	0,012
9	$-2,5$
10	A(2; 4)
11	4
12	3
13	2
14	312
15	3
16	800 тыс.

Часть 2

Пояснительная записка. Требования к выполнению заданий с развернутым ответом заключаются в следующем: решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося. Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным. Если решение ученика удовлетворяет этим требованиям, то ему, в зависимости от полноты и правильности выполнения, выставляется полный или «частичный» балл.

Ниже предлагаются две модели начисления баллов. Выбор модели предоставляется регионам.

За выполнение заданий части 1 (№№ 1 – 16) учащийся получает:

по модели 1 – 0,5 балла;

по модели 2 – 1 балл.

По модели 1 учащийся, демонстрирующий умение решить ту или иную задачу второй части, получает установленный балл (задание № 17 – 2 балла, №№ 18 и 19 – 4 балла, №№ 20 и 21 – 6 баллов) или балл, на 1 меньше установленного (в случае, если решение содержит несущественный недочет или даже несущественную ошибку). Поэлементное оценивание не предусматривается.

По модели 2 в зависимости от полноты и правильности решения учащемуся выставляется от 0 до максимального балла за каждое задание. Максимальный балл за задание: № 17 – 2 балла, №№ 18 и 19 – 3 балла, №№ 20 и 21 – 4 балла.

При оценивании по любой из моделей должно выполняться следующее требование: **выполнение задания оценивается положительным баллом (любым в соответствии с принятой моделью) только в том случае, когда из записей учащегося можно сделать вывод о том, что в принципе он знает ход решения.**

Решения Задание 17

Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$. Укажите наименьшее значение этой функции.

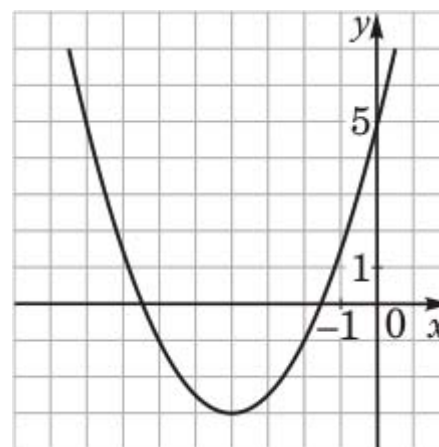
//Ответ: график изображен на рисунке;
 $y_{\text{наим.}} = -3$.

//Решение. График — парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины: $x = -\frac{b}{2a} = x_0 = \frac{-4}{1} = -4$;

$$y = \frac{1}{2} \cdot 16 - 16 + 5 = -3.$$

Наименьшее значение функции равно -3 .

Замечание. Учащийся может вычислить координаты вершины параболы и другим способом.



Модель 1 и модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно построен график, верно указано наименьшее значение функции.
1	Правильно построен график, но отсутствует ответ на вопрос; или при правильных вычислениях допущены очевидные погрешности при построении графика (например, «негладкая» вершина).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. В случае отсутствия вычислений в чистовике при правильном построении параболы решение должно быть засчитано.

Задание 18

Выясните, имеет ли корни уравнение $x^2 + 2x\sqrt{5} + 2x = -11$.

//Ответ: не имеет.

//Решение. Представим уравнение в виде $x^2 + 2(\sqrt{5} + 1)x + 11 = 0$.

Определим знак дискриминанта: $D_1 = (\sqrt{5} + 1)^2 - 11 = 5 + 1 + 2\sqrt{5} - 11 = 2\sqrt{5} - 5$.

Так как $2\sqrt{5} - 5 = \sqrt{20} - \sqrt{25} < 0$, то уравнение корней не имеет.

Замечание. Уравнение может быть представлено в виде $x^2 + (2\sqrt{5} + 2)x + 11 = 0$; учащийся может вычислить дискриминант D квадратного уравнения.

Критерии оценивания

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Уравнение правильно приведено к виду $ax^2 + bx + c = 0$, правильно найдено выражение D_1 (или D), определен его знак и дан верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но: допущена одна ошибка вычислительного характера, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или: при верно вычисленном дискриминанте допущена ошибка при определении его знака; или: при определении знака дискриминанта записано верное неравенство, но не показано, как оно получено.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в составлении выражения D_1 (или D), в применении формулы квадрата двучлена считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Уравнение правильно приведено к виду $ax^2 + bx + c = 0$, правильно найдено выражение D_1 (или D), определен его знак и дан верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна ошибка вычислительного характера, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или при определении знака дискриминанта записано верное неравенство, но не показано, как оно получено.

1	Ход решения верный: уравнение правильно приведено к виду $ax^2 + bx + c = 0$, правильно найдено выражение D_1 (или D), но решение не доведено до конца (не выполнено сравнение полученного выражения с нулем, не сделан вывод о наличии корней).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в составлении выражения D_1 (или D), в применении формулы квадрата двучлена считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

Задание 19

Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

//Ответ: 9600.

//Решение. Пусть S — искомая сумма; $S = S_1 - S_2$, где S_1 — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 160, S_2 — сумма всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 160.

Найдем S_1 : $S_1 = \frac{1+160}{2} \cdot 160 = 161 \cdot 80$.

В последовательности (a_n) чисел, кратных 4 и не превосходящих 160, $a_1 = 4$, $a_n = 160$. Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой $a_n = 4n$, то $4n = 160$, $n = 40$.

Теперь найдем S_2 : $S_2 = \frac{4+160}{2} \cdot 40 = 82 \cdot 40$.

Получим: $S = S_1 - S_2 = 161 \cdot 80 - 82 \cdot 40 = 40(322 - 82) = 9600$.

Критерии оценивания

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка, или непринципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении S_1 или S_2), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или непринципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении S_1 или S_2), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 4; или суммировались числа, строго меньшие 160, а не меньшие либо равные 160).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Задание 20

Найдите наименьшее значение выражения $(2x + y + 3)^2 + (3x - 2y + 8)^2$ и значения x и y , при которых оно достигается.

//Ответ: наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при $x = -2, y = 1$.

//Решение. При любых значениях x и y $(2x + y + 3)^2 + (3x - 2y + 8)^2 \geq 0$. Значение, равное 0, достигается только в том случае, когда $2x + y + 3$ и $3x - 2y + 8$ равны нулю одновременно.

Составим систему уравнений $\begin{cases} 2x + y + 3 = 0 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases}$. Решив ее, получим:

$$x = -2, y = 1.$$

Таким образом, наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при $x = -2, y = 1$.

**Критерии оценивания
Модель 1**

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Найден правильный способ решения, все его шаги выполнены верно, решение содержит пояснения, получен правильный ответ.
5	При правильном решении отсутствуют какие-либо пояснения; или при правильном ходе решения дан неполный ответ (не указано наименьшее значение выражения); или правильно составлена система уравнений, но при ее решении допущена вычислительная ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Найден правильный способ решения, все его шаги выполнены верно, решение содержит пояснения, получен правильный ответ.
3	При правильном решении отсутствуют какие-либо пояснения, или они содержат логические погрешности.
2	Правильно составлена система уравнений, имеются пояснения, но при решении системы допущена вычислительная ошибка (ответ может быть неверным) или дан неполный ответ (не указано наименьшее значение выражения).
1	При верном ходе решения имеют место какие-либо два из указанных выше недостатков.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Задание 21

Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

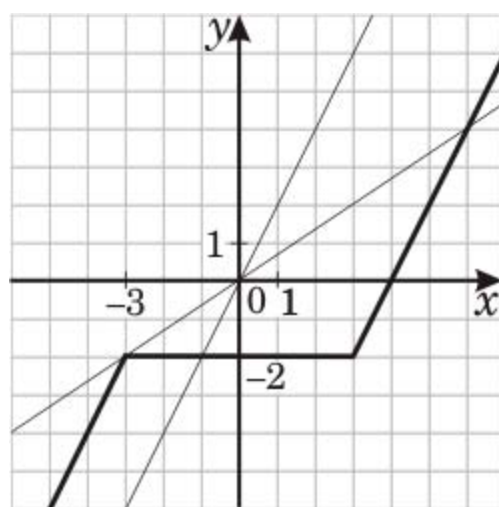
//Ответ: $\frac{2}{3} < k < 2$. Другие возможные формы ответа: $k \in (\frac{2}{3}; 2)$ или $(\frac{2}{3}; 2)$.

//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым $y = 2x - 8$ и $y = 2x + 4$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$: $-2 = -3k$, $k = \frac{2}{3}$. Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 2x - 8$, равен 2. Прямая $y = kx$ имеет с ломаной три общие точки при $\frac{2}{3} < k < 2$.



**Критерии оценивания
Модель 1**

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента k .
5	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо $k = \frac{2}{3}$ указано $k = \frac{3}{2}$, или вместо строгого неравенства при записи множества значений k записано нестрогое неравенство.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента k .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо $k = \frac{2}{3}$ указано $k = \frac{3}{2}$, или вместо строгого неравенства при записи множества значений k записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ($k > \frac{2}{3}$ или $k < 2$), но вторая граница значений k не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.